Sociedad Matemática Peruana

XVIII Olimpiada Nacional Escolar de Matemática (ONEM 2022)

Etapa DRE - Nivel 1

27 de septiembre de 2022

Estimado estudiante, recibe por parte del equipo encargado de la organización las felicitaciones por estar participando en esta etapa de la Olimpiada Nacional Escolar de Matemática. Te recomendamos tener en consideración lo siguiente:

- Tienes un tiempo máximo de 2 horas para resolver estos retos matemáticos que te planteamos.
- Ten en cuenta que no está permitido el uso de calculadoras y otros recursos de consulta como apuntes o libros.
- Al momento que consideres que has culminado tu participación, haz entrega de la hoja de respuestas. En caso de ocurrir un empate se tomará en cuenta la hora de envío del correo.
- **Queda bajo responsabilidad de los especialistas, docentes y estudiantes la no difusión de la prueba por ningún medio.**
- Teniendo en cuenta estas indicaciones nos ayudarás a que la olimpiada se realice de la mejor forma posible.

ESCRIBE EL RESULTADO DE CADA PROBLEMA EN LA HOJA DE RESPUESTAS.
EN TODOS LOS CASOS EL RESULTADO ES UN NÚMERO ENTERO POSITIVO.

1. Antonio, Braulio, César, Diana y Estela quedaron en las primeras cinco posiciones de una carrera. La suma de las posiciones que obtuvieron Antonio, Braulio y Diana es 6. La suma de las posiciones que obtuvieron Braulio y César es 5. Además, se sabe que Antonio llegó antes que Diana. ¿Cuál es la suma de las posiciones que obtuvieron Diana y Estela?

2. Si la cantidad de segundos que hay en 2 horas se puede expresar como $3^a \times 4^b \times 5^c \times 6^d$, donde a, b, c y d son enteros positivos. Calcule el valor de $a + 2b + 3c + 4d$.

3. En la pizarra se escribieron todos los números de tres dígitos:

$$100, 101, 102, 103, \ldots, 999.$$

Luego, se borró el dígito de las unidades de cada número escrito. Determine cuántas veces aparece el dígito 3 en la pizarra.

4. Jaime tiene 288 fichas cuadradas de 1cm $\times$ 1cm. Con todas ellas forma un rectángulo donde el lado mayor es menor que el triple del lado menor. Determine el mayor valor posible del perímetro de dicho rectángulo, en cm.

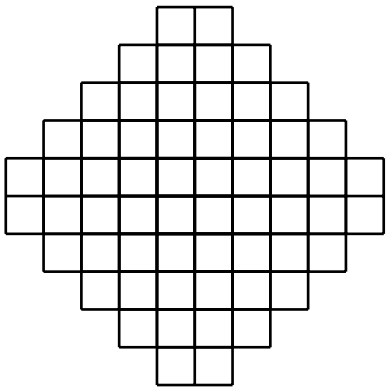
Aclaración: Para formar el rectángulo, las fichas cuadradas no se superponen. Además, el rectángulo no tiene huecos.

5. El número natural $N \geq 100$ tiene un número impar de dígitos, es capicúa y cumple que $N + 110$ también es capicúa. Determine el menor valor posible de N y dé como respuesta el resto de dividir dicho número entre 40.

Aclaración: Un número natural es llamado capicúa si se lee igual de izquierda a derecha que de derecha a izquierda. Por ejemplo, 202 y 1551 son capicúas.

6. En un grupo de 300 personas hay 100 colombianos, 100 argentinos y 100 panameños. A cada uno de ellos se les hizo la pregunta: ¿De qué país eres?, resultó que 100 respondieron "Colombia", 100 respondieron "Argentina" y 100 respondieron "Panamá". Se sabe que exactamente 80 colombianos y exactamente 55 argentinos mintieron, mientras que el resto de colombianos y argentinos dijeron la verdad. Determine el mayor número posible de panameños que dijeron la verdad.

7. Se dice que dos torres ubicadas sobre un tablero *se atacan* si están en la misma fila o en la misma columna. Determine de cuántas formas se pueden ubicar 10 torres idénticas sobre el siguiente tablero, de tal manera que no haya dos torres que se ataquen.



8. Sea $n > 1$ un número entero para el cual se cumple que $9n + 16$ y $16n + 9$ son ambos cuadrados perfectos. Determine el valor de n.

9. Sea ABC un triángulo tal que $\angle BAC = 60°$, $\angle ABC = 75°$ y $\angle BCA = 45°$. Sea D un punto del lado AB y sea E un punto del lado AC tal que $\angle ADE = 90°$ y $BD = CE$. Calcule el valor de x, si $\angle BCD = x°$.

10. En cada casilla de un tablero de 22×22 se escribe uno de los números 0, 1 o -1, de tal manera que la suma de los números de cualquier subtablero de 3×3 es 0. Determine el mayor valor posible de la suma de todos los números.